

ISSN 1811-1807

ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛ



С. ТОРАЙҒЫРОВ АТЫНДАҒЫ
ПАВЛОДАР МЕМЛЕКЕТТІК
УНИВЕРСИТЕТІ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКАЛЫҚ СЕРИЯ



2'2011

**ПМУ ХАБАРШЫСЫ
ВЕСТНИК ПГУ**

43

С. Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік
университетінің ғылыми журналы
Научный журнал Павлодарского государственного
университета им. С. Торайғырова

1997 жылы құрылған
Основан в 1997 г.



С. Торайғыров
атындағы ПМУ-дің
академик С.Бейсембаев
атындағы ғылыми
КІТАПХАНАСЫ

ПМУ ХАБАРШЫСЫ

ВЕСТНИК ПГУ

ФИЗИКО - МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СЕРИЯ

2 2011

Теруге 05.12.2011ж. жіберілді. Басуға 20.12.2011 ж. қол қойылды.
Форматы 70x100 1/16. Кітап-журнал қағазы.
Көлемі шартты 6,97 б.т. Таралымы 300 дана. Бағасы келісім бойынша.
Компьютерде беттеген А.Р. Тайлақова
Корректорлар: Б.Б. Әубәкірова, А.Р. Омарова
Тапсырыс №1767

Сдано в набор 05.12.2011г. Подписано в печать 20.12.2011 г.
Формат 70x100 1/16. Бумага книжно-журнальная.
Объем 6,97 ч.-изд. л Тираж 300 экз. Цена договорная.
Компьютерная верстка А.Р. Тайлақова
Корректоры: Б.Б. Аубакирова, А.Р. Омарова
Заказ №1767

«КЕРЕКУ» баспасы
С. Торайғыров атындағы
Павлодар мемлекеттік университеті
140008, Павлодар қ., Ломов к., 64, 137 каб.
67-36-69
E-mail: publish@psu.kz

СТРУКТУРА МАТРИЦАНТА УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ТЕРМОУПРУГИХ СРЕД С ОСЬЮ СИММЕТРИИ ЧЕТНОГО ПОРЯДКА

А.О. Аманкулов

магистрант, Павлодарский государственный университет
имени С. Торайгырова, г. Павлодар

А.Е. Исенов

магистрант, Павлодарский государственный университет
имени С. Торайгырова, г. Павлодар

Н.А. Испулов

к.ф.-м.н., доцент, Павлодарский государственный университет
имени С. Торайгырова, г. Павлодар

Основные математические сведения, определения и свойства взяты из монографии [1, 2].

Решения, полученных в [1], систем уравнений

$$\frac{d\vec{W}}{dZ} = B\vec{W} \quad (1)$$

могут быть записаны в виде

$$\vec{W} = T\vec{W}_0 \quad (2)$$

где T - матрица фундаментальных решений, \vec{W} - вектор начальных условий

$$\frac{dT}{dZ} = BT \quad (3)$$

Производная от матрицы означает производную от каждого элемента матрицы T .

Построение структуры матрицанта основаны на его представлении в форме экспоненциального матричного ряда

$$T = E + \int_0^z B dz_1 + \int_0^z \int_0^{z_1} B(z_1)B(z_2) dz_1 dz_2 + \dots \quad (4)$$

и аналогичном представлении обратного матрицанта T^{-1}

$$T^{-1} = E - \int_0^z B dz_1 + \int_0^z \int_0^{z_1} B(z_2) B(z_1) dz_2 dz_1 - \dots \quad (5)$$

Оба ряда абсолютно и равномерно сходятся на любом конечном интервале, в котором элементы матрицы $B(z)$ непрерывны. При этом справедливы соотношения:

$$TT^{-1} = T^{-1}T = E \quad (6)$$

Построение структуры матрицанта есть установление зависимости между элементами прямой и обратной матрицы T и T^{-1} на основе поэлементного их сравнения.

Бесконечные матричные ряды можно представить в виде

$$T = T_{\text{чет}} + T_{\text{неч}}, \quad T^{-1} = T_{\text{чет}}^{-1} - T_{\text{неч}}^{-1} \quad (7)$$

где $T_{\text{чет}}$ – сумма четных и нечетных рядов (4) и (5).

Методом математической индукции доказывается, что структура $T_{\text{чет}}^{-1}$ и $T_{\text{неч}}^{-1}$ сохраняется при любом p .

Структура матрицанта, в случае распространения термоупругих волн в анизотропных средах с осью симметрии четного порядка в объемном случае, вдоль координатных осей, направленных параллельно осям симметрии четного порядка определена в виде:

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} t_{22} & -t_{12} & -t_{42} & t_{32} & -t_{62} & t_{52} & -t_{82} & t_{72} \\ -t_{21} & t_{11} & t_{41} & -t_{31} & t_{61} & -t_{51} & t_{81} & -t_{71} \\ -t_{24} & t_{14} & t_{44} & -t_{34} & t_{64} & -t_{54} & t_{84} & -t_{74} \\ t_{23} & -t_{13} & -t_{43} & t_{33} & -t_{63} & t_{53} & -t_{83} & t_{73} \\ -t_{26} & t_{16} & t_{46} & -t_{36} & t_{66} & -t_{56} & t_{86} & -t_{76} \\ t_{25} & -t_{15} & -t_{45} & t_{35} & -t_{65} & t_{55} & -t_{85} & t_{75} \\ -t_{28} & t_{18} & t_{48} & -t_{38} & t_{68} & -t_{58} & t_{88} & -t_{78} \\ t_{27} & -t_{17} & -t_{47} & t_{37} & -t_{67} & t_{57} & -t_{87} & t_{77} \end{pmatrix} \quad (8)$$

элементы t_{ij} матриц T^{-1} являются элементами прямой матрицы T .

Структура матрицанта при распространении термоупругих волн в данных классах в плоскости XZ:

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} t_{22} & -t_{12} & -t_{42} & t_{32} & -t_{62} & t_{72} \\ -t_{21} & t_{11} & t_{41} & -t_{31} & t_{61} & -t_{71} \\ -t_{24} & t_{14} & t_{44} & -t_{34} & t_{64} & -t_{74} \\ t_{23} & -t_{13} & -t_{43} & t_{33} & -t_{63} & t_{73} \\ -t_{26} & t_{16} & t_{46} & -t_{36} & t_{66} & -t_{76} \\ t_{25} & -t_{15} & -t_{45} & t_{35} & -t_{65} & t_{75} \\ -t_{28} & t_{18} & t_{48} & -t_{38} & t_{68} & -t_{78} \\ t_{27} & -t_{17} & -t_{47} & t_{37} & -t_{67} & t_{77} \end{pmatrix} \quad (9)$$

Структура матрицанта в плоскости YZ:

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} t_{22} & -t_{12} & -t_{62} & t_{52} & -t_{82} & t_{72} \\ -t_{21} & t_{11} & t_{61} & -t_{51} & t_{81} & -t_{71} \\ -t_{28} & t_{16} & t_{66} & -t_{56} & t_{86} & -t_{76} \\ t_{25} & -t_{15} & -t_{65} & t_{55} & -t_{85} & t_{75} \\ -t_{28} & t_{18} & t_{68} & -t_{58} & t_{88} & -t_{78} \\ t_{27} & -t_{17} & -t_{67} & t_{57} & -t_{87} & t_{77} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

В одномерном случае (распространение волн вдоль оси Z, $m=0$, $n=0$) структура (8) примет вид:

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} t_{22} & -t_{12} & -t_{82} & t_{72} \\ -t_{21} & t_{11} & t_{81} & -t_{71} \\ -t_{28} & t_{18} & t_{88} & -t_{78} \\ t_{27} & -t_{17} & -t_{87} & t_{77} \end{pmatrix}, \quad T^{-1} = \begin{pmatrix} t_{44} & -t_{14} \\ -t_{41} & t_{33} \end{pmatrix}, \quad T^{-1} = \begin{pmatrix} t_{55} & -t_{56} \\ -t_{65} & t_{55} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Построение структуры матрицанта, в данном случае, есть установление зависимости между элементами прямой и обратной матриц T и T^{-1} на основе поэлементного их сравнения.

Структура T^{-1} (8) справедлива для сред, имеющих ось симметрии четного порядка, вдоль координатных осей, направленных параллельно осям симметрии четного порядка.

Разложение матрицы (8x8) (8) на матрицу (4x4) и две матрицы (2x2) означает независимость распространения упругой продольной волны с термоэффектом и упругих поперечных волн. В то же время на упругие поперечные волны, при одномерном распространении в анизотропных средах изотропной и кубической сингонии, вдоль оси симметрии четного порядка, отсутствует влияние термоэффекта.

Наряду с определением зависимости между элементами прямой и обратной матрицами в явном виде (8), (10), (11), структура T^{-1} на основе тождеств (11) приводит к серии уравнений, определяющих дополнительные соотношения между элементами матрицантов.

Для скалярного волнового уравнения тождества (11) имеют вид:

$$t_{11} t_{22} - t_{12} t_{21} = 1, \quad (12)$$

Условие (11) определяет зависимость между амплитудами коэффициентов отражения и преломления волн:

$$1 + |R|^2 = |T_n|^2, \quad (13)$$

Здесь R – коэффициент отражения неоднородным слоем, T_n – коэффициент преломления. Как известно, (13) выражает закон сохранения энергии.

Таким образом, в данной работе было построено структура фундаментальных решений системы дифференциальных уравнений 1-го порядка, описывающих распространение термоупругих волн в

анизотропных средах с осью симметрии четного порядка в объемном, плоском и одномерном случаях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глеукунов С.К. Метод матрицанта. – Павлодар: НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2004. - 148 с.
2. Гантмахер Ф.Р. «Теория матриц», М.: Наука, 1988
3. Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. - М: Изд-во Мир, 1972. - С. 134-135.
4. Новацкий В. Теория упругости. - М.: Мир, 1986. - 556 с.
5. Коваленко А. Д. Основы термоупругости, Киев, 1970. - 240 с.
6. Глеукунов С.К., Испулов Н.А., Сейтханова А.К. О приложении метода матрицанта к изучению распространения термоупругих волн в анизотропной среде моноклинной сингонии, // Вестник Инженерной академии, Серия Прикладная математика и механика, №2. - Алматы, 2005. - С. 47-51.
7. Испулов Н.А., Аманкулов А.О. О распространении термоупругих волн в неоднородной изотропной среде. // Материалы международной науч. конф. молодых ученых, студентов, школьников «VIII Сатпаевские чтения». - Павлодар, 2008. – Т.8. – С. 33 – 36.

Түйіндеме

Берілген мақалада қимылды теңестіру матрица құрылымын құру баяндалған, анизотроптық ортада термосерпімділік толқынды тарату суреттелген, жүй тәртібіндегі симметриялық осі сипатталған (кубтық, гексагоналдық, тетрагоналдық, ромбалық сингония).

Resume

The given article describes the construction of the matriciant of equations of the thermoelastich environment's motion with the even order symmetry axis.