

ISSN 1811-1807

# ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛ

С. ТОРАЙҒЫРОВ АТЫНДАҒЫ ПАВЛОДАР МЕМЛЕКЕТТІК УНИВЕРСИТЕТІ



3'2007



ПМУ хабаршысы  
Вестник ПГУ

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКАЛЫҚ СЕРИЯ**

УДК 371.3/5:51-71

## ПӘННІҢ ОҚУ МАЗМҰНЫН ҚҰРУДЫҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІ

**А.С.Қасьянова, Б.Ж.Нұрбеков**  
**С.Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік**  
**университеті**

*В данной статье рассматриваются проблемы исследования математических методов обучения.*

*Берілген мақалада білім беру мазмұнын анықтаудың математикалық әдістерін зерттеу мәселесі қарастырылған.*

*In the given article are considered problems of research of mathematic methods of teaching.*

Білім берудің пәндік мазмұнын құрудың теориялық тәсілдері әр-түрлі болады.

Эмпирикалық тәсіл негізінде білім беру мазмұнының құрылымы, ең алдымен салауатты ой логикасына және берілген материалды енгізу мақсаттылығына негізделеді. Оқу материалын іріктеуде нақты, дәл әдістер қолданылмауы және математикалық моделдердің пайдаланылмауы аталмыш тәсіл ерекшелігін береді.

Тәжірибелік тұрғыдан, бірінші оқу орындары туындау кезеңінен бастап, ХХ жүзжылдықтың ортасына дейінгі жұмыс атқарған білім беру мазмұны түгелдей эмпирикалық тәсілмен құрылды. Бұл әдіс білім беру мазмұнын құрудың педагогикалық тәжірибесіне берік әніп, көп оқу орындарында қолданыла бастады. Бірақ бұл тәсілдің келесі кемшіліктері бар:

1. Кездейсоқ пайдасы аз материалдың іріктеліп алыну ықпалдылығының болуы;
2. Эмпирикалық әдіспен білім беру мазмұнын құрудың идеологиялық ықпалға жеңіл берілуі;

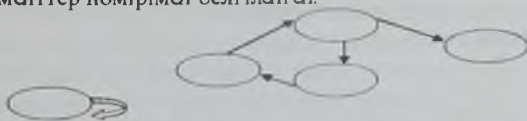
3. Жекелеген тұлгалар мен адамдар тобының өз қалауы бойынша тиімді бағдарламалар мен оқу жоспарлары енгізілу ықтималдығы.

Осылайша эмпирикалық тәсілмен қатар білім беру мазмұнын құруда басқа да ғылыми тәсілдер қолданылады, бұл тәсілдер негізінде дәл математикалық әдістер мен дидактикалық бірліктерді логикалық талдау әдістері жатады.

Білім берудің мазмұнын анықтаудың математикалық әдістеріне тоқталайық. Нақты математикалық білім беру мазмұнын құру негізіне – жиындар теориясы, матрицалар теориясы, графтар теориясы, математикалық статистика және ықтималдықтар теориясы енеді.

Графтар теориясына негізделіп отырып қандайда бір пән мазмұнын құрауды қарастырайық.

Мысалы:  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$  элементтерінен тұратын пәндік граф үлгісі және алты доғадан тұратын  $(X_1, X_2), (X_2, X_3), (X_2, X_4), (X_4, X_1), (X_1, X_4), (X_5, X_5)$  граф 1-ші суретте көрсетілген. Доға төбелерінің реті суретте стрелкамен көрсетілген, ал төбенің өзі қолайлылық үшін дөңгелектерде элементтер нөмірімен белгіленген.



Бірінші төбе  $X_1$  - доғаның бастамасы, ал екінші  $X_5$  - соңғы тұсы болып табылады.

Графындағы жолмен бұндай доғалар қалыптатылығанда әр доға соңы екіншісінен бастап келесі доғаның басымен сәйкес келеді. 1-ші сурет бойынша келесі жолдарды көрсетуге болады:

$$[X_1, X_2, X_3][X_1, X_2, X_4, X_1][X_1, X_2, X_4, X_1, X_4][X_5, X_5]$$

Бірде бір төбе екі рет кедеспейтін жол қарапайым ата-

уына ие. 1-ші суреттегі  $[X_1, X_2, X_3]$  жолы карапайым жол.

Контур деп аталатын жолда бірінші және соңғы элементтері сәйкес келеді. 1-ші суретте  $[X_1, X_2, X_3]$  – контур үлгісі болып табылады.

Жол ұзындығы деп контурға енетін доғалар санын айтамыз. Біздің мысалымызда  $[X_1, X_2, X_3]$  2 жол ұзындығын иеленеді  $[X_1, X_2, X_4, X_1]$ , 3 жол ұзындығына ие,  $[X_1, X_2, X_4, X_1, X_4]$  4 жол ұзындығына, 2 жол ұзындығына  $[X_5, X_5]$  тең.

Пән мазмұнын құруда - байланыс матрицасы ерекше рөлге ие болады.

Байланыс матрицасы - бұл квадраттық матрица, оның өлшемі графтың  $n$  төбелер санына тең болады. Ал оның элементі

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{егер } X_i, X_j \text{ төбелер арасында байланыс бар болса,} \\ 0, & \text{егер } X_i, X_j \text{ төбелер арасында байланыс жоқ болса.} \end{cases}$$

1-суреттегі графтың байланыс матрицасы мына құрылымға ие:

$$A = \begin{bmatrix} 01010 \\ 00110 \\ 00000 \\ 10000 \\ 00001 \end{bmatrix}$$

$A$  матрицасының квадратын, яғни, өзін өзіне көбейтіндісін анықтайық:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 01010 \\ 00110 \\ 00000 \\ 10000 \\ 00001 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 01010 \\ 00110 \\ 00000 \\ 10000 \\ 00001 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10110 \\ 10000 \\ 01010 \\ 00001 \end{bmatrix}$$

элементі  $A^2$  матрицасында ұзындығы 2-ге тең өртүрлі

жолдарының саны, бұл жол  $i$  төбесінен  $j$  төбесіне өтетін доға. 1-ші суретте орын алған граф үшін ұзындығы 2-ге тең жолдың үлгісі мына түрғыда сипатталады:

$$[x_1, x_4, x_2], [x_1, x_2, x_3], [x_1, x_2, x_4], [x_3, x_4, x_1], [x_4, x_1, x_2], [x_4, x_1, x_4], [x_3, x_3, x_3]$$

А матрицасының куб дәрежесін алайық:

$$A^3 = A \cdot A^2 = A \cdot \begin{pmatrix} 01010 \\ 00110 \\ 00000 \\ 10000 \\ 00001 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10110 \\ 10000 \\ 00000 \\ 01010 \\ 00001 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11010 \\ 01010 \\ 00000 \\ 10010 \\ 00001 \end{pmatrix}$$

А3 матрицасының  $ci$   $j$  элементі – ұзындығы 3-ке тең әртүрлі жолдарының саны,  $i$  төбесінен  $j$  төбесіне шығатынын байқауға болады. 1-ші суретте орын алған граф үшін ұзындығы 3-ке тең жол көрінісі төмендегідей:

$$[x_1, x_1, x_1, x_1], [x_1, x_4, x_1, x_1], [x_1, x_4, x_1, x_4], [x_1, x_4, x_1, x_4]$$

$$[x_1, x_4, x_1, x_4], [x_4, x_1, x_1, x_1], [x_4, x_1, x_1, x_4], [x_4, x_3, x_3, x_3]$$

Пәнді оқыту мазмұнын құрудың негізгі бірліктері – оқу жоспары, оқу бағдарламасы, жұмыс бағдарламасы. Бұл құжаттар оқу құралдарында, оқулықтарда және басқа да оқу - әдістемелік материалдарында нақтыландырылады. Білім берудің мазмұнын маңызды құрамдас бөлігі – оқу бірліктері. Бұл ұғым аясына түрлі авторлар әртүрлі ой қосады. Көпшілік үшін жалпы пікір болып саналатыны оқу бірлігі – бұл оқу материалының ауқымы, көлемі, ақпараттың өлшем бірлігінде сипат алады. Алайда нақты пәндер үшін оқу материалы ауқымын байтқа көшіру өте күрделі және өте қиындық тудыратын әрекет болып саналады, информатика аясында арнаулы білімді талап етеді, мұнымен барлық оқытушылар жеткілікті мөлшерде қарулана қоймайды. Көптеген гуманитарлық курстарда оқу бірлігінің көлемі ретінде мәтіннің бөлігін қабылдау, яғни, биттегі мәтіннің үштен бір бөлігін нысанға алу көзделеді.

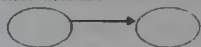
Математикалық пәндерді өту жағдайында оқу бірліктері ретінде қарастырылатын жүйелер – ұғымдар: тәуірема, тәуіремаларды дәлелдеу, есептер, есептерді шығару, тақырып, тарау, пәндер. Мұнда біздің көретініміз, оқу бірліктерінің кейбір түрі аса көлемді, ауқымды иеленбеуі мүмкін, мысалы, ұғым, тақырып, тарау, пән. Сол үшін қолайылық үшін мақсатты түрде элементарлық оқу бірліктерін қарастыру қажет, ол минималды көлемді қамтиды. Математикалық курстарда – ұғым, анықтама, нақтылау, тәуірема, тәуіреманы дәлелдеу, есеп, оларды шешу болып саналады.

Пән мазмұнының математикалық моделін құру сұрақтарын қарастырамыз.

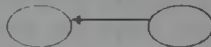
Жиынының элементтері - оқу бірліктері болып саналсын:

$$X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$$

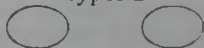
Кейбір графтарды қарастырамыз, олар да  $X$  жиыны элементтерінен тұрады. Логикалық байланысты бұрынғыдай стрелкалы доғалармен белгілейміз. Доға  $(x_i, x_j)$  оқу бірлігі  $x_j$  құрылымын тануда біз көбінесе оқу бірлігі  $x_i$  мәндерін қолданамыз. Бұл жағдай екінші суретте граф көрінісімен орын алған. Ал, кері жағдай,  $x_j$  оқу бірлігі танылуында  $x_i$  оқу бірлігіне арқа сүйейді, ол үшінші суретте графпен кескін алған.



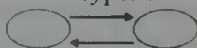
сурет 2



сурет 3



сурет 4.



сурет 5.

Төртінші суретте орын алған графта оқу бірлігі  $x_j$  және  $x_i$  бір-біріне тәуелсіз ыңғайда қарастырылады. Бесінші суретте орын алған тізбек, қарама-қайшы жағдайды иллюстрациялай отырып, оқу бірлігі  $x_i$  құрылымын тануда міндетті түрде оқу бірлігі  $x_j$ -ге сүйенеді және керісінше де

әрекет сипат алады.

Графтың логикалық байланыс матрицасының жүйесін құрамыз, төбесі ретінде оқу бірлігі жиыны танылады  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  - Оның элементі  $a_{ij}$  ( $i \neq j$ ) бірге тең, егер оқу бірлігі  $x_i$  -ді тану үшін оқу бірлігі  $x_j$  негіздеріне арқа сүйейді. Сонымен оқу бірлігі  $x_i$  -ді тануда да оқу бірлігі жүйесіне сүйенбеу мүмкін емес, осы жағдайда анықтамаға лайықты есептей отырып, логикалық байланыс матрицасының элементтері біртекті индекстермен нөлге тең болатындығы аңғарылады:  $a_{ii} = 0$

Егер оқу бірлігі  $x_i$  құрылымын тануда оқу бірлігі  $x_i$  -ге сүйенбесек, онда мына мән орын алады:  $a_{ii} = 0$

Граф бұл орайда контур мен тізбекті құрамайды. Олардан келесі үлгіде бас тартады: тізбек кескіндемейді, ал контурдың белгілі бір доғаны ығыстырады, іріктеу нақты жағдайға байланысты.

Контурмен басқа жолмен ығысуға болады, егер кейбір оқу белгілері қалыпты үлгімен анағұрлым ұсақ мүшелерге ажыратса

Математикаға негізделген оқу мазмұнын құрудың бір тәсілі ретінде графтың байланыс матрицасын қолданып келесі рекуренттік алгоритмді қарастыруға болады:

1. қадам: оқу пәндерінің мазмұнын беретін графты жасаймыз.

2. қадам: графтың логикалық байланысын беретін В матрицасын құрамыз. Ол мынаған тең:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{егер } x_i \text{ тбелер арасында байланыс бар} \\ 0 & \text{егер } x_i \text{ тбелер арасында байланыс жоқ} \end{cases}$$

3. қадам: байланыс матрицаның К дәрежесін анықтаймыз. Мұндағы

$$K = \begin{cases} Z(Z - 1, N) \text{ егер } B = 0 \\ K - 1, \text{ егер } B = 0 \end{cases}$$

4. қадам: оқу элементтерінің ретін анықтаймыз. Ол үшін байланыс матрицасының 1-ші және соңғы элементтері сәйкес келетін немесе ұзындығы 1-ге тең жолды құрайтын элементтері жоқ болғанға дейін баған және жолдарын сызып, біртіндеп 0-дік матрица алғанға дейін қарастырамыз.

Сонымен, осы келтірілген алгоритмнің компьютерлік моделін жасау педагог әдіскерлердің пән мазмұнын математикалық аппарат негізінде құру жұмысын жеңілдетудің қолайлы бір әдісі.