

ISSN 0002-3191.

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

ХАБАРЛАРЫ ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

Серия
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

5. 2009

КАЗАКСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ҰЛТТЫҚ ҒЫЛЫМ АКАДЕМИЯСЫНЫҢ

Қ. Т. Байдібалиев
атындағы ДТМУ-ның
Экономика, С. Қарашайдар
атындағы ҒИМ-нің
КІТАПХАНАСЫ

ХАБАРЛАРЫ

ИЗВЕСТИЯ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

СЕРИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

5 (267)

СЕНТЯБРЬ–ОКТЯБРЬ 2009 г.

ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1963 ГОДА

ВЫХОДИТ 6 РАЗ В ГОД

АЛМАТЫ
НАН РК

Редакторы: *М. С. Ахметова, Ж. М. Нургожина*
Верстка на компьютере *А.М. Кульгинбаевой*

Подписано в печать 22.10.2009.
Формат 60x88¹/₈. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
6,5 п.л. Тираж 300. Заказ 5.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко 28, т. 293-95-07, 272-13-18, 272-13-19

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОТРАЖЕНИЯ И ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ ИЗОТРОПНОГО ДИЭЛЕКТРИКА И АНИЗОТРОПНОГО ДИЭЛЕКТРИКА С МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЭФФЕКТОМ МЕТОДОМ МАТРИЦАНТА

Рассмотрены условия, накладываемые на волновые поля при взаимодействии волн с границей двух полупространств. На основе метода матрицанта решена задача об отражении и преломлении электромагнитных волн на границе изотропного диэлектрика и анизотропного диэлектрика с магнитоэлектрическим эффектом.

Актуальность исследования электромагнитных волновых процессов в средах с магнитоэлектрическим эффектом связана необходимостью изучения материалов с целью применения их в электронике при создании различных приборов и устройств.

Двумерное распространение электромагнитных волн в средах с магнитоэлектрическим эффектом описываются уравнениями Максвелла с материальными соотношениями:

$$D_i = \varepsilon_0 \varepsilon_{ij} E_j - \alpha_{ij} H_j, \quad (1)$$

$$B_i = \mu_0 \mu_{ij} H_j - \alpha_{ij} E_j, \quad (2)$$

Уравнениями Максвелла с материальными соотношениями (1), (2) можно привести к системе уравнений 1-го порядка:

$$\frac{d\vec{U}}{dz} = B\vec{U} \quad \vec{U} = (E_y, H_x, H_y, E_x). \quad (3)$$

При распространении волны в плоскости xz ($k_y = 0$) элементы матрица B имеет вид:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & 0 & b_{14} \\ b_{21} & 0 & b_{23} & 0 \\ 0 & -b_{14} & 0 & b_{34} \\ -b_{23} & 0 & b_{43} & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$b_{12} = i\omega\mu_0\mu_1$$

$$b_{14} = -i\omega\alpha_1$$

$$b_{21} = i\varepsilon_0 \left(\frac{k_x^2}{\beta} \varepsilon_2 + \omega\varepsilon_1 \right)$$

$$b_{23} = -i \left(\frac{k_x^2}{\beta} \alpha_{11} + \omega\alpha_1 \right)$$

$$b_{34} = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1$$

$$b_{43} = -i\mu_0 \left(\frac{k_x^2}{\beta} \mu_2 + \omega\mu_1 \right)$$

здесь $\beta = \omega(\alpha_{11}^2 - \varepsilon_0\varepsilon_2\mu_0\mu_2)$, α_a - несимметричный тензор, $\varepsilon_{ij}, \mu_{ij}$ - тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости для описания этих свойств среды. Для анизотропных диэлектриков с магнитоэлектрическим эффектом тетрагональной, тригональной и гексагональной сингонии:

$$\bar{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \end{pmatrix} \quad \bar{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_2 \end{pmatrix}$$

В рамках метода матрицанта, усредненный матрицант, описывающий распространение электромагнитных волн в анизотропных средах с магнитоэлектрическим эффектом, имеет аналитическое представление:

$$T_{z\varphi}^{\pm} = \left(\hat{\pi} + \frac{1}{2} E \right) \left(E \cos kz \pm \frac{B}{k} \sin kz \right) - \left(\hat{\pi} - \frac{1}{2} E \right) \left(E \cos \chi z \pm \frac{B}{\chi} \sin \chi z \right). \quad (5)$$

матрицант (5) является решением уравнения (3) при постоянных значениях физико-механических параметров:

$$\vec{U} = T\vec{U}_0. \quad (6)$$

Решение (6) содержит сумму прямых и обратных волн. Учитывая, что:

$$\cos kz = \frac{1}{2}(e^{ikz} + e^{-ikz});$$

$$\sin kz = \frac{1}{2}(e^{ikz} - e^{-ikz})$$

из (5) получим матрицанты для волн распространяющихся в направлении $z > 0$ и $z < 0$

$$T_{ycp}^+ = \frac{1}{2} \left(\hat{\pi} + \frac{1}{2} E \right) \left(E - \frac{B_0}{ik} \right) e^{-ikz} -$$

$$- \frac{1}{2} \left(\hat{\pi} - \frac{1}{2} E \right) \left(E - \frac{B_0}{i\chi} \right) e^{-i\chi z}.$$

$$T_{ycp}^- = \frac{1}{2} \left(\hat{\pi} + \frac{1}{2} E \right) \left(E + \frac{B_0}{ik} \right) e^{-ikz} -$$

$$- \frac{1}{2} \left(\hat{\pi} - \frac{1}{2} E \right) \left(E + \frac{B_0}{i\chi} \right) e^{-i\chi z}. \quad (7)$$

В (5) и (7)

$$\hat{\pi} = \frac{\hat{P} - \hat{P}_2 E}{\hat{P}_1 - \hat{P}_2} - \frac{1}{2} E; \quad \hat{P} = E + \frac{1}{2} B^2 h^2. \quad (8)$$

\hat{P}_1, \hat{P}_2 – корни характеристического уравнения следующего из условия

$$\det(\hat{P} - \lambda E) = 0.$$

Рассмотрим условия, накладываемые на волновые поля при взаимодействии волн с границей двух полупространств.

При $z = 0$ матрицанты (7) могут быть записаны в виде

$$T_0^\pm = \frac{1}{2} E \mp R \quad (9)$$

матрица R имеет вид:

$$R = \frac{1}{2i} \left(\frac{k - \chi}{k\chi} \right) \pi B - \frac{1}{4i} \left(\frac{k + \chi}{k\chi} \right) B. \quad (10)$$

Полагая: \vec{U}_P – поле падающих волн, \vec{U}_R – поле отраженных волн и \vec{U}_I – поле преломленных волн, на основе (3) имеем:

$$T_0^P \vec{U}_P + T_0^R \vec{U}_R = T_0^I \vec{U}_I, \text{ при } z = 0$$

или

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} E - R_0 \right) \vec{U}_P + \left(\frac{1}{2} E + R_0 \right) \vec{U}_R = \\ = \left(\frac{1}{2} E - R_I \right) \vec{U}_I. \end{aligned} \quad (11)$$

Учитывая непрерывность полей на контакте сред:

$$\vec{U}_P + \vec{U}_R = \vec{U}_I \quad (12)$$

получим:

$$R_0 \vec{U}_P - R_0 \vec{U}_R = R_I \vec{U}_I. \quad (13)$$

С учетом (12) выражение (13) есть искомое граничное условие для векторов $\vec{U}_P, \vec{U}_R, \vec{U}_I$ в матричной форме.

В (12) и (13) неизвестны вектора \vec{U}_R и \vec{U}_I . Подстановка (12) в (13) дает уравнение

$$(R_0 + R_I) \vec{U}_R = (R_0 - R_I) \vec{U}_P, \quad (14)$$

откуда следует представление для отраженных волн:

$$\vec{U}_R = (R_0 + R_I)^{-1} (R_0 - R_I) \vec{U}_P. \quad (15)$$

Поле преломленных волн \vec{U}_I определяется формулой (12).

Матрица R в (9) может быть представлена в форме:

$$R = \frac{1}{2ik\chi(k + \chi)} [B_0^2 h^2 - (p_{11} + p_{22} - \Delta_0) E] B, \quad (16)$$

где

$$p_{11} = b_{12} b_{21} - b_{14} b_{23};$$

$$p_{22} = b_{34} b_{43} - b_{14} b_{23};$$

$$\Delta_0 = \sqrt{(b_{12} b_{34} + b_{14}^2)(b_{21} b_{43} + b_{23}^2)}. \quad (17)$$

Условия (11) или (13) с условием непрерывности решений на границе раздела сред (12), есть матричная форма граничных условий, накладываемые на векторы полей отраженных, преломленных и падающих волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
2. Вайнштейн Б.К. Современная кристаллография. Т. 4. Наука, 1979.
3. Тлеуменов С.К., Оспанов А.Т. Изучение электромагнитных полей в анизотропных средах. Алматы: Наука, 1985. 176 с.
4. Тлеуменов С.К. О характеристической матрице периодически неоднородного слоя // Математические вопросы теории распространения волн. Л.: Зап. научн. семин., ЛОМИ, 1987. Т. 165. С. 177-181.
5. Тлеуменов С.К. Метод матрицанта. Павлодар: НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2004. 148 с.
6. Tleuменов S. The structure of propagator matrix and its application in the case of the periodical inhomogeneous media. Abstr. Semin. on Earthquake processes and their consequences Seismological investigations. 1989. Kurukshetra, India. P. 4.

7. Тлеуменов С.К., Жукенов М.К. Магнитэлектрлік эффектісі бар біртексіз және периодты біртексіз ортада электрмагниттік толқындардың таралуы // Вестник ПГУ. 2005. №3. Павлодар.

Резюме

Екі жартылайкеңістік шекарасында толқындық өрістерге қойылатын шарттар қарастырылды. Матрицант өдісімен изотропты диэлектрик пен магнитэлектрлік эффектісі бар диэлектриктін шекарасында электромагниттік толқындардың шағылу және сыну есебі шығарылды.

Summary

In work the conditions imposed on wave fields at interaction of waves with border of two semispaces are considered. On the basis of a method matrixer the problem about reflexion and refraction of electromagnetic waves on border isotropic dielectric and anisotropic dielectric with magnetoelectric effect is solved.

ПГУ им. С. Торайгырова,
г.Павлодар

Поступила 19.09.09г.