

ISSN 1811-1807

# ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛ

С. ТОРАЙБЫРОВ АТЫНДАҒЫ ПАВЛОДАР МЕМЛЕКЕТТІК УНИВЕРСИТЕТІ



1 '2008



ПМУ хабаршысы  
Вестник ПГУ

**ФИЗИКА-МАТЕМАТИКАЛЫҚ СЕРИЯ**

УДК 51(09)

## ӘБУ-НАСЫР ӘЛ-ФАРАБИ-МАТЕМАТИК

*Ж.О.Орынвазиева, М.Х. Хамитов*

**С.Торайғыров атындағы Павлодар мемлекеттік университетті**

Орта ғасырлар заманындағы аса ірі білімпаз ғұламалардың бірі-Әбу-Насыр Мұхамед ибн Узлағ, ибн Тархани әл-Фараби ат-Түрки (870-950) Сырдария бойында, ерте замандағы түрік халықтарының орталық қаласы Отырар қаласында туған. 870 жылдары шамасында Отырарды арабтар Фараб деп атаған. Сол бойынша ұлы ғұламаны Фараби деп атаған.

Әл Фараби-Аристотельден кейін дүние жүзінде білім мен мәдениеттің екінші ұстазы атанған данышпан, ойшыл, математик, астроном, физик, философ, логик, риторик ғалым. Әсіресе Әл Фараби өз заманындағы аса көрнекті математиктердің бірі болған, одан бізге бірнеше құнды математикалық шығармалар жетті, бірақ күні бүгінге дейін олардың көпшілігі басқа ғылыми тракттары ішінде елеусіз қалып немесе басқа біреудің атына телініп келген.

Әл Фараби математик ретінде бір-біріне өзара байланысты ірі үш салада еңбек етті. Олар:

1) математиканы философиялық-методологиялық негіздеу проблемалары, яғни математика ғылымдарының пәнін, ретін, шығу тегін анықтау, жаратылыстану ғылымдарын математикаландыру жөніндегі ой-пікірлері мен қағидалары;

2) сол кездегі теориялық математиканың кейбір тарауларын жасауға қатысу;

3) математиканы табиғатты зерттеп білуге, практика мұқтаждығын өтеуге қолдану.

Әл Фарабидің математикалық еңбектері:

1. «Ғылымдар тізбегі» немесе «Ғылымдар классификациясы».
2. «Алмагестке қосымша кітабы».

3. «Евклидтің бірінші және бесінші кітаптарының қиын жерлеріне түсініктеме».

4. «Табиғат сырын геометриялық фигуралар арқылы танытарлық рухани әдістер».

Бұлардан басқа математикаға тікелей немесе жанама қатысы бар көп деректер ғұламаның «Музыканың ұлы кітабы», «Алмагеске түсініктемесі» атты еңбектерінде мол орын алған. Осы еңбектерді жеке-жеке қарастыра отырып Фарабидің аса көрнекті математик болғанын байқауға болады.

**1. «Ғылымдар тізбегі» немесе «Ғылымдар классификациясы».** Фараби өзінің «Ғылымдар тізбегі» немесе «Ғылымдар классификациясы» деп аталатын әйгілі еңбегінде математиканы жеті тарауға бөлді. Олар:

- 1) Арифметика
- 2) Геометрия
- 3) Оптика
- 4) Астрономия
- 5) Музыка
- 6) Салмақ туралы ғылым(статика)
- 7) Әдіс-туралы ғылым.

Фараби осы салалардың әрқайсысының өзіндік орнын анықтап, қысқаша мазмұнын тұжырымдайды. Бұл тұрғыда Фарабидің өзіне дейінгі математиктерден түбірлі екі өзгешелігі бар: біріншіден ол математиканы жеке салаларға бөле отырып, оған жаңа салалар қосқан, екіншіден, егер грек математиктері математиканың практикалық қолданысын зерттеуді ғылым санатына қоспаса, Әл Фараби оның теориялық және практикалық баптарын бір-бірінен бөліп-жармай бір ғылымның құрамды бөліктері ретінде қарайды. Мәселен, Фараби сан туралы ғылым-арифметиканы былай анықтайды: «Арифметика-екі ғылымды біріктіреді: біріншісі-практикалық арифметика, екіншісі-теориялық арифметика» Әл Фарабидің түсіндіруі бойынша арифметиканың негізгі ұғымы-сан болып табылады. Ол сан ұғымын оң нақты сан ұғымына дейін келмейту туралы аса маңызды идея ұсынды.

Фарабидің осы еңбегіндегі тағы бір үлкен жаңалық- ол математиканың табиғаттағы заттардың ара-қатынастарын ашуға түбегейлі қолдану қабілетін, мүмкіндігін негіздеуі. Бұл үшін ол жуықтап болса да қазіргі қолданбалы математикаға сәйкес желетіндей математиканың жаңа саласы-«Әдіс-туралы ғылымды» тағайындады. Бұл ғылым- математикалық қағидаларды табиғи және сезуге болатын денелерде әдейілеп қолдануға қажетті өдістер мен тетіктерді табу туралы ғылым.

**2. «Алмагестке қосымша кітабы».** Ғұламаның «Алмагестке түсініктеме», «Алмагестке қосымша кітабы» атты еңбектерінде Әл Фарабиде математикалық астрономия мен географияның әртүрлі есептерін математикалық жолмен шешу қажеттінен туған үлкен де жүйелі тригонометрия жайында баяндалған.

Ежелгі грек математиктері дөңгелек шеңберінде  $360^\circ$ , диаметрінде 120 бөлік бар деген бастапқы ұғымды басшылыққа алып, осылар арқылы хорданың ұзындығын табу мәселесін шешкен, былайша айтқанда олар тригонометриялық бір-ақ функцияны-бұрыштың хордасын табуды көздеген. Олардан кейін шыққан Индия математиктері хорданы-синус және косинус сызықтарымен айырбастап, бұл салада біраз ілгері кетеді. Фарабиге дейінгі араб математиктері бұларға қосымша тангенс, котангенс сызықтарын қосқан, бірақ оларды күн сағаттарында пайдаланған. Фараби өз еңбектерінде осы мағлұматтары бір жүйеге келтіріп, оларды бірінғай бірлік дөңгелек ішінде қарастыруды бастайды. Ең әуелі синус пен хорданың арақатынасын анықтап алады: синус дегеніміз екі еселенген доғаның жарым хордасы. Бұл жаңалық дөңгелекке іштей сызылған тікбұрышты үшбұрыштың қабырғалары мен бұрыштарына байланысты тригонометриялық функцияларды астрономияға кеңінен енгізуге жол ашты.

Фараби «**Алмагестке түсініктемесінің**» бірінші кітабында Птоломейдің хордалар таблицасын жасау жөніндегі теориясын жаңартып, кемелдендіріп бір градусың хордасы, синусы, косинусын табу жөніндегі өз ілімін жасайды. Мұнда шешуші роль атқаратын Птоломей теоремасын ғұлама былай өрнектейді:

« Әрбір іштей сызылған төртбұрышта қарама-қарсы қабырғаларының көбейтінділерінің қосындысы сол төртбұрыштың диагональдарының көбейтіндісіне тең болады».

Фараби осы лемманың көмегімен екі бұрыштың айырмасының синусы формуласына барабар қатысты қорытып шығарады. Осы сияқты екі бұрыштың қосындысының синусына сай келетін қатыс дәлелденеді.

Фараби осы формулаларды пайдаланып, Птоломей әдісінің есептеу дәлдігін арттыру арқылы бір градустың хордасын есептеп шығарады.

Фараби өзінің тригонометриялық жетістіктерін жазық және сфера бетіндегі үшбұрыштарды шешуге қолданады. Фараби сфералық тригонометрия саласы бойынша да үлкен маман болған. Мұнда жазықтық геометриясындағы түзулер орнына шар шеті яғни сферадағы үлкен дөңгелек шеңберлерінің доғалары алынады да, жазық үшбұрыштар орнына сфералық үшбұрыштар қарастырылады. Мұндай үшбұрыштарды шешуде берілген элементтері бойынша белгісіз элементтерін табу көзделеді. Бұл сияқты есептер аспан сферасындағы шырақтардың орнын өзара орналасуын т.б. сфералық астрономия мәселелерін шешуде көптеп кездеседі.

Осы айтылғандар ғұламаның тригонометрия ғылымын математиканың дербес саласы болып өз алдына отау тігу жолында үлкен үлес қосқанын көрсетеді. Фараби өзінің тригонометриялық методтарын астрономия мәселелерін шешуге тиімді пайдаланады.

Ол Шығыста математикалық астрономияны дамытушылардың бірі.

**3.«Евклидтің бірінші және бесінші кітаптарының қиын жерлеріне түсініктеме».** Фараби ежелгі гректің ұлы математигі Евклидтің ұлы еңбегі—«Негіздерді» түсіндіруге, сынауға арнайы еңбек жазған ғалым. Ол еңбек «Евклидтің бірінші және бесінші кітаптарының қиын жерлеріне түсініктеме» деп аталады.

Евклидтің «Негіздерінде» келтірілген анықтамалар, аксиомалар мен постулаттар, теоремалар жүйесінде, жалпы алғанда, кемшіліктер бар екендігі бұрыннан-ақ айтылып жүрген. Олар туралы Евк-

лидтен кейін шыққан грек авторларының өздері де білген. Осы кемшіліктердің бірсыпырасын шығыс ғалымдары арасынан алғаш рет дәл тауып түзетуге әрекет жасаушылардың бірі осы Фараби болды.

Фараби Евклидтің кітабының кіріспесінде келтірілген бірсыпыра басқа анықтамаларды да сынға алады, түсіндіреді, түзетеді. Оның пікірі бойынша Евклидтің нүктеге, түзу сызыққа, жазық бетке, жазық бұрышқа, денелік бұрышқа берген анықтамаларында, «шатақ пен ақау» бар. Фараби ол анықтамаларды түзетіп жаңа анықтамалармен ауыстырады. Мәселен, Евклидтің анықтамасы бойынша нүкте-бөлігі болмайтын нәрсе. Бірақ ол кезде сандық бірлікті деосылай анықтайтын болған. Аристотель оларды бір-бірінен ажырату үшін нүктенің кеңістікке белгілі бір орны болу шартын енгізеді. Евклидтің бұл шартты елемей кетуі оның геометрияның ақиқат дүниемен, практика мәселелерімен ешбір байланысы жоқ деп санайтын идеалистік қате көзқарасынан шығып отыр. Жоғарыда Евклидтің пифагоршыл деп атауының бір себебі осында. Бұл тұрғыда Фараби Аристотельдің материалистік көзқарасын дамытқан деп айтуға болады.

Евклидтің «Негіздерінің» бесінші кітабының кіріспесіндегі қиын жерлерге берген түсініктемелерінде Фараби үлестін, бөліктің, есенің және анықтамаларын жөндеп, жақсартта түседі.

Қорыта келгенде, Фараби Евклидтен көп үйреніп, оның «негіздерін» өз заманына лайықтап қолдана білген. Алайда математиканы практикаға қолдану жөнінде ол Евклидтен көп озық кетеді. Фарабидің бұл жаңалығы оның методологиялық жағынан дұрыс көзқарасты басшылыққа алып, ғылыми жаңа әдістерді батыл қолдана білуінде жатыр. Ал оның Евклидтің «Негіздеріне» жазған түсініктемелерінде келсек, ол сөз жоқ, Евклидті жаңа қарқынмен терең зерттеуге күшті ықпал жасады деп айтуға толық негіз бар. Фараби мінсіз, кемшіліксіз саналып келген Евклидтің бұл шығармасын сынау, түзету, өңдеу қажеттілігін айтып қана қоймай, оны қай бағытта сынау, өңдеу, түзету керектігін іс жүзінде көрсетіп, болашақ математиктердің назарын аударды. Фарабидің «Екінші Аристотель» ретінде ора-

сан зор беделін еске алсақ, Фарабидің Евклидті дамыту жөніндегі еңбектері ғылымды өркендетуге үлкен маңызы болған. Шынында Фарабиден кейін өмір сүрген оның шәкірттері саналатын Орта Азия математиктері Әбу Әли ибн-Сина, Омар Хайям, Насыреддин ат-Туси т.б. Фарабидің ізімен Евклид «Негіздерінің» бірінші кітабына түсініктемелерінде Евклидтің бесінші постулатын дәлелдемекші болған.

4.«Табиғат сырын геометриялық фигуралар арқылы танытарлық рухани әдістер».

Фарабидің геометрия саласында, соның ішінде конструктивтік геометрия бағытында өшпес із қалдырған үлкен ғалым болғаны айқындалып отыр. Ол ғылым тарихынан өшпес орын алатын аса маңызды трактат жазып қалдырған. Әңгіме ғылымның жаңадан табылған саф алтындай гометриялық бір еңбегі жайлы болмақ. Бұл еңбек мың жылдай уақыт белгісіз болып келді. Ол туралы ешкім ешбір тілде қалам тартқан емес. Дүние жүзінде бар араб қолжазбаларының тізімін жасаушы неміс ғалымы Карл Броккельман Фарабидің зерттеусіз қолжазба күйінде жатқан еңбегі туралы мағлұмат келтіре отырып, оның екі түрлі аты бар екенін айтады. Салыстырып зерттеп қарағанда Броккельманның бұл трактат жөніндегі анықтамасы бүтіндей ағат екен. Шынында да бұл еңбек болып тіркеліп жүрген дербес екі шығарма болып шықты. Біріншісі Швецияда сақтаулы тұрған қолжазба Фарабидің түгелдей геометрияға арналған көлемді трактаты екен. Ал Англияда сақтаулы екінші трактаттың қолжазбасының мазмұны, шынында балгерлікке, астрологияға келетін сияқты. Фарабидің геометриялық шығармасына өзі қойған аты «Табиғат сырын геометриялық фигуралар арқылы танытарлық рухани әдістер» Мұндағы «рухани әдістер» математиканы практика жүзінде қолдануға мүмкіндік беретін айла-әрекеттерді білдіреді.

Фарабидің бұл трактатында 150-ге тарта геометриялық салу есебінің шешуі келтірілген, сурет-сызбалар салынған бірақ дәлелдемелері берілмеген. Салу есеітерін шешу тәсілдерінің едәуір бөлігін Фараби ежелгі грек математиктері Евклид, Архимед, Героннан, біра-

зын Сабит ибн Корра сияқты өзімен замандас араб математиктерінен алғандығы байқалады. Фараби әр жерде шашырап жүрген геометриялық салу есептері жөніндегі материалдарды жинастырып, бір жүйеге келтірген, принциптерін тағайындаған, сөйтіп барып геометрияның белгілі бір саласына айналдырған.

Атап айтқанда, Фараби қазіргі конструктивтік геометрияның негізін салушы болды десек те артық болмайды. Бұл тұрғыда Фараби еңбегі алгебраны арифметикадан бөліп алған Мұхамед Хорезмидің, тригонометрияны астрономиядан бөліп дербес пән жасаған Насыреддин ат-Тусидің еңбектерінен бір де кем емес.

Фараби қолда бар дүниені ұсақтаушы, жүйеге келтіруші ғана емес, өз тарапынан көптеген салу есептерінің шешу әдісін ұсынған үлкен математик. Мысалы, Фараби бұрын математиктерге мәлімсіз болып келген параболаны салудың жаңа екі тәсілін ұсынды. Пифагор теоремасының жаңа бір көрнікті дәлелін келтірді, дұрыс жетібұрышты жуықтап салады, көнбұрыштарды түрлендіруге гомотетия әдісін пайдаланады. Кеңістікте салу есептерінің кейбір түрлерін қарастырды т.б. Бұл еңбекте тек практикалық мәні бар есептерді шешумен қатар, геометрияның теориялық мәселелеріне де көңіл бөлінген. Мәселен, Фараби берілген бірдей екі, үш, төрт, т.б. квадратқа тең шамалас квадрат салу есебін шешуді жалпылау барысында көп өлшемді куб идеясына келеді. Оның үстіне Фарабидің бізге жетпеген «Қиялдағы геометрияға кіріспе» деген трактат жазғаны мәлім. Сондықтанда да Фарабиді көп өлшемді геометрияның негізін салушылардың бірі болды деуге толық негіз бар.

Геометрияға қатысты мағлұматтар ғұламаның басқа еңбектерінде де кездеседі. Мәселен, «Алмәгеске түсініктемесінің» бесінші кітабында ол Птоломей пайдаланған, бірақ дәлелін келтірмеген трапецияның орта сызығының оның табандар ұзындықтарының қосындысының жартысына тең болатыны туралы теореманы дәлелдейді. Мұның дәлелі Фарабиге дейінгі математикада кездеспейді. Сондықтанда да теореманы Птоломей-Фараби теоремасы деп атауға болады.



Әл-Фараби математикалық мағлұматтарды тіпті «Музыканың ұлы кітабында» келтірген. Біріншіден, бұл еңбекте Фараби арифметика пәніне жататын, бірақ музыка теориясында әртүрлі қолданыс табатын сандар қатынастарына, яки бөлшектерге амалдар қолдану ережелерін тағайындайды. Ондай амалдар үшеу: қатынастарды қосу, бөлу және азайту. Осы амалдарды Фараби музыка теориясын жасауға қолданады.

«Музыканың ұлы кітабында» музыка ғылымының әртүрлі мәселелерін шешу кезінде ғұлама элементар комбинаторикаға әкелетін көптеген есептер шешеді. Бұл табиғи нәрсе, өйткені музыка теориясының ең ақырғы көздеген мақсаты, сайып келгенде әртүрлі тондарды (нотоларды) интервалдарды, топтарды т.б. қосу арқылы мелодиялар, күйлер мен әуендер композициялау, шығару болып табылады.

«Музыканың ұлы кітабында» математикадағы функция, функциялық тәуелдіктер ұғымына келетін мәселелер мен пайымдаулар кездеседі. Фарабидің қортындысы бойынша тондардыбысты туғызатын шектердің ұзындықтарына кері пропорционал болады. Бұл білетін өзара кері пропорционалдық функцияналдық тәуелділік.

Функциялық мазмұнды мәселелер Фарабидің музыкалық түрлерді топқа бөлу, әуендердің қозғалысын, эволюциясын зерттеулерінде де мол ұшырасады. Бұл трактатта математикалық атомизмге тірелетін біраз ұғымдар бар.

Фарабидің логикалық трактаттарында қазіргі замандағы математикалық логиканың да нышаны болғанын көрсететін мағлұматтар баршылық. Ол логиканы философиядан бөліп, оны математика, грамматика т.б. сияқты нақты дәл ғылым деп санап, оның пәнін, зерттеу әдістерін анықтайды. Ғалымның пікірінше, логиканың мән-мәнісі белгісізден белгілеуге бастайтын ойлау процесінде жатыр, ол математика арқылы танылады және негізделеді. Зерттеушілер Фараби трактатында математикалық логиканың іргетастарының бірінен саналатын материалдық импликация теориясының бастамасы бар екенін дәлелдеп отыр. Мұнда күрделі тұжырымдар, қоры-

тындылар арасында мазмұнды байланыс сөз етіледі. Фарабидің логикалық, оның ішінде әсіресе математикалық логика жөніндегі мұрасы, идеялары арнайы зерттеуді қажет етеді.

Қорыта айтқанда ұлы бабамыздың мұраларын зерттеу, игеру жолында ғұламаның өз заманындағы асқан математиктердің бірі болғандығын көрміз. Әл-Фараби арифметика, математикалық астрономия, логика, тригонометрия, конструктивті геометрия, музыка т.б. математиканың салаларымен айналысып, оларды алғаш рет теорияда және практикада қатар қолданған универсал математик. Фарабидің математикалық идеяларын, мұраларын Әбу-л-Уафа, Ибн Сина, Бируни, Омар Хайям сияқты шығыс ғұламаларымен қатар Роджер Бэкон, Леонардо да Винчи тәрізді Еуропа ғалымдары да көп пайдаланған. Оның бізге қалдырған аса құнды еңбектері бүгінгі күнге дейін маңызын жойған жоқ.

## ӘДЕБИЕТ

1. Жәутіков О.А. Математиканың даму тарихы. Алматы. 1967ж.
2. Көбесов А. Математика тарихы. Алматы. 1993ж. 99-105 бет.
3. Көбесов А. Әл-Фарабидің ашылмаған әлемі. Алматы. Самате.

## Резюме

*Статья посвящена великому философу, физики, математику Абу-Насыр Аль Фараби. Отмечены некоторые математические результаты.*

## Resume

*The article is devoted to the great Philosopher, Physicist, Mathematician Abu-Nasir Al-Faraby. In this article some maths results are marked.*