ISSN 1811-1807

ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛ

С. ТОРАЙҒЫРОВ АТЫНДАҒЫ ПАВЛОДАР МЕМЛЕКЕТТІК УНИВЕРСИТЕТІ

4'2007

ПМУ хабаршысы
Вестник ПГУ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКАЛЫҚ СЕРИЯ

УДК 512.54

ОТНОШЕНИЕ ЦЕНТРАЛИЗАТОРНОЙ СОПРЯЖЕННОСТИ НА ЭЛЕМЕНТАХ ГРУППЫ

Л.И. Теняева
Павлодарский государственный университет им. С.Торайгырова

Мақалада теоретик - топтық мәселесінің қатарына қарастыруға енгізілген қатар №2 және №5 мәселесін шешуі ұсынылыды, одан басқа топтың абелевті қарапайым бөліушісіна не болған кезде шарттар табылған.

В статье внесен на рассмотрение ряд теоретико групповых проблем, а также приведено решение проблемы №2 и 5. Кроме того, найдены условия, при которых произвольная группа обладает абелевым нормальным делителем.

In the article was introduced a number of theoretical-group problems, as well as was brought solution of problems 2 and 5. Besides, were found conditions, under which optional group own normal Abelian divider

В статье [1] внесен на рассмотрение ряд теоретико – групповых проблем (см. так же[3]). В настоящей работе приведено решение (см. теорему 7) проблемы №2 и проблемы №5 (см. лемму 3), а так же найдены условия, при которых произвольная группа обладает абелевым нормальным делителем (см. теорему 9). Обозначения в работе стандартные для теории групп [4, 5] и теории сравнений в группах [6]. Общие понятия теории групп см. [4].

1. Определение [2]. *Элемент x группы G ценрализаторно – сравним с элементом y группы G относительно элемента* $a \in G$ $\left(x^a =_z y\right)$, *если выполняется равенство* $a^x = a^y$, *т.е. элементы* $x, y \in G$ *централизаторно – срав-*

нимы относительно элемента а, если верна формула

$$(\forall a\ x\ y \in G)\left((x\ {}^{a}\!\equiv_z\ y) \overset{def}{\Leftrightarrow} (a^x = a^y) \right). \qquad (1)$$

где символ $\overset{def}{\Leftrightarrow}$ *означает «тождественно по определению».*

Бинарное отношение " ${}^{a}\!\equiv_z$ " является отношением эквивалентности [2]. Бинарное отношение " ${}_c\!\equiv$ " [6] сопряженности элементов a, b группы G вводится формулой

$$(\forall a\ b \in G)\left((a\ {}_c\!\equiv b) \overset{def}{\Leftrightarrow} \left((\exists x \in G)(a^x = b) \right) \right), \qquad (2)$$

где символ "$\exists$" - квантор существования («$\exists x$ - существует x»).

На базе этих двух понятий общей теории групп введем новое понятие ценрализаторной сопряженности элементов группы.

2. Определение [2]. *Элементы x и y группы G централизаторно сопряжены в группе G относительно элемента* $a \in G$ $\left(x\ {}^{a}_{c}\!\equiv_z\ y\right)$, *если существует элемент* $h \in G$ *такой, что верно сравнение* $x^h\ {}^{a}\!\equiv_z\ y$, *т.е. для ценрализаторной сопряженности x и y требуется выполнение на элементах группы следующей формулы*

$$(\forall a\ x\ y \in G)\left((x\ {}^{a}_{c}\!\equiv_z\ y) \overset{def}{\Leftrightarrow} \left((\exists h \in G)(x^h\ {}^{a}\!\equiv_z\ y) \right) \right). \qquad (3)$$

3. Лемма. *Отношение " ${}^{a}_{c}\!\equiv_z$ ", заданное на элементах группы G инвариантно относительно действия ее внутренних автоморфизмов, т.е. в группе G верна формула*

$$(\forall g \in G)\left(\left(x \;{}^{a}_{c}{\equiv}_{z}\; y\right) \Leftrightarrow \left(x^{g} \;{}^{a}_{c}{\equiv}_{z}\; y^{g}\right)\right), \qquad (4)$$

где символ $\Leftrightarrow$ *означает "тогда и только тогда", а символ "$\forall$" - квантор общности («$\forall x$ - для любого x»).*

4. Теорема. *Бинарное отношение централизаторной сопряженности элементов группы G относительно произвольного элемента $a \in G$ является отношением эквивалентности.*

5. Теорема. *Класс x централизаторно – сопряженных элементов группы G относительно некоторого элемента $a \in G \setminus e$, содержащий нейтральный элемент e группы G, является инвариантной подгруппой группы G тогда и только тогда, когда $C(a)$ - инвариантная подгруппа G.*

6. Теорема. *В группе G существует нетривиальный класс e централизаторно сопряженных элементов относительно элемента $a \in G \setminus Z(G)$ тогда и только тогда, когда коммутант группы G содержится в $C(a)$.*

7. Теорема. *Если группа G обладает классом централизаторно сопряженных элементов, относительно неединичного элемента, содержащим нейтральный элемент, то она обладает абелевым нормальным делителем.*

Автор благодарит научного руководителя, заведующего кафедрой алгебры Павлодарского государственного университета им. С. Торайгырова И.И. Павлюка за постановку задач и помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Павлюк И.И., Пирожкова Ю.Н. О централизаторно – сопряженных элементах группы // Вестник ПГУ. Серия физико–математическая. - 2005. - №1. - С. 63-68.

2. Павлюк Ин.И. О нормализаторной сравнимости элементов группы // Материалы Республиканской научной конференции. “IV Сатпаевские чтения” Т.6. – Павлодар. ПГУ, 2004. - С.114-118.

3. In.I. Pavlyuk, Y.N. Pirozkova, I.I. Pavlyuk. About theclasses of centralizedly conjugate elements of group//Model the ory and algebra. France – Kazakhstan conference – Astana. 2005. P. 55-58.

4. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп . - М.: Наука, 1982. - 288 с.

5. Курош А.Г. Теория групп. - М.: Наука, 1967. - 648 с.

6. Павлюк Ин.И., Павлюк И.И. К теории сравнений в группах // Вестник ПГУ. Серия физико – математическая. - 2004. №3. - С. 34-49.