ISSN 1811-1807

ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛ

С. ТОРАЙҒЫРОВ АТЫНДАҒЫ ПАВЛОДАР МЕМЛЕКЕТТІК УНИВЕРСИТЕТІ

4'2007

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКАЛЫҚ СЕРИЯ

ПМУ хабаршысы
Вестник ПГУ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКАЛЫҚ СЕРИЯ

УДК 512.542

О МОЩНОСТИ ЦЕНТРА КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ

О. Н. Рязанцева, И. И. Павлюк
Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова

Жұмыста орталықты эквиваленттіліктің қатынасының көмегімен топтың орталығының күштілігі, зерттелуі ұсынылады.

В работе представлены исследования мощности центра группы при помощи отношения центральной эквивалентности. С общими понятиями теории групп можно ознакомиться в [1].

In the work were presented researches of power of center of finite group with the help of correlation of central equivalent. With the general notions of group theory one can acquaint in [1].

Определение 1. Пусть элементы $a, b \in G$, где G – группа. Элемент a центрально сравним с элементом b ($a\ {}_1{\equiv}\!:\ b$) в группе G, если $|C(b) : C(b) \cap C(a)| = 1$, т.е. $C(a)\ {}_1{\equiv}\!:\ C(b)$. Таким образом, бинарное отношение сравнимости элемента a с элементом b определяется формулой

$$(a\ {}_1{\equiv}\!:\ b) \overset{def}{\Leftrightarrow} (C(a)\ {}_1{\equiv}\!:\ C(b)) \qquad (1)$$

Определение 2. Элементы a, b группы G центрально эквивалентны в группе G ($a\ {}_1{\equiv}\ b$) тогда и только тогда, когда $C(a)\ {}_1{\equiv}\!:\ C(b)$ и $C(b)\ {}_1{\equiv}\!:\ C(a)$, т.е. отношение "${}_1{\equiv}$" элементов a и b в группе G определяется формулой

$$(a \,{}_1\!\equiv b) \overset{def}{\Leftrightarrow} \left((C(a) \,{}_1\!\equiv C(b) \;\&\; (C(b) \,{}_1\!\equiv C(a) \right) \quad (2)$$

$$\forall a, b \in G \;\; (a \,{}_1\!\equiv b) \Leftrightarrow (C(a) = C(b) \;\Leftrightarrow (\,{}_{1\equiv}M(a) = {}_{1\equiv}M(b) \quad (3)$$

Лемма 4. Элементы смежного класса группы G по ее центру Z(G) центрально эквивалентны, т.е.
$(\forall a, b \in G)\left((aZ(G) = bZ(G) \Rightarrow (a \,{}_1\!\equiv b) \right)$

Теорема 5. Пусть $a \in G$. Тогда верна формула

$$(\forall a \in G) \;(\, Z(C(a) = Z(G) \;\Leftrightarrow (a \in Z(G)))$$

Теорема 6. Если группа G обладает классами $\overset{1\equiv}{a}$ $\overset{1\equiv}{b}$ центрально эквивалентных элементов, такими, что $|\overset{1\equiv}{a}| \neq |\overset{1\equiv}{b}|$, то $Z(G) = e$

Теорема 7. Для произвольной конечной нетривиальной группы G справедлива формула

$$(\forall a \in G) \left(|\overset{1\equiv}{a}| = \begin{cases} |Z(G)| & \text{если } \; a \in Z(G) \\ |Z(C(a))| - |Z(G)| & \text{если } \; a \notin Z(G) \end{cases} \right) \quad (4)$$

СЛЕДСТВИЕ 8. Если G – простая конечная группа, то веледствиеа

$$(\forall a \in G) \left(|\overset{1\equiv}{a}| = \begin{cases} 1, & \text{если } \; a = e \\ |Z(C(a) \;| - 1, & \text{если } \; a \neq e \end{cases} \right) \quad (5)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И. Основы теории групп. Наука, 1982.