ISSN 1811-1807

ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛ

С. ТОРАЙҒЫРОВ АТЫНДАҒЫ ПАВЛОДАР МЕМЛЕКЕТТІК УНИВЕРСИТЕТІ

3'2007

ПМУ хабаршысы
Вестник ПГУ

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКАЛЫҚ СЕРИЯ

УДК 517.518.45

НЕКОТОРЫЕ КЛАССЫ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЛЯ КРАТНЫХ РЯДОВ ФУРЬЕ

Б.Ж. Кульбаева
Павлодарский государственный университет им. С. Торайгырова, г. Павлодар

Мақалада Фурьенің қысқа қатары үшін кейбір коэффициенттер класы қарастырылады.

В статье рассматриваются некоторые клаасы коэффициентов для кратных рядов Фурье.

In the article are considered some classes of coefficients for Fourier multiple series.

Рассмотрим тригонометрический ряд вида

$$\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} a_{nm} \cos nx \cos my = a_{00} \cos 0x \cos 0y + a_{01} \cos 0x \cos 1y + a_{10} \cos 1x \cos 0y + \ldots$$

Введем некоторые классы для коэффициентов данного ряда.

Класс S.

Последовательность $\{a_{nm}\}$ относится к классу S, если существует монотонно убывающая последовательность $\{A_{nm}\}_{n=0, m=0}^{\infty}$

такая, что $\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} A_{nm} < \infty$ и $|\Delta_{11} a_{nm}| \le A_{nm}, \quad \forall n, m$

$a_{m} \geq 0, \quad \Delta_{0}\, a_{n,m} = a_{n,m} - a_{n+1,m} > 0, \quad \Delta_{0}\, a_{n,m} = a_{n,m} - a_{n,m+1} > 0,$

$\Delta_{1}\, a_{n,m} = (a_{n,m} - a_{n+1,m}) - (a_{n+1,m} - a_{n+1,m+1})$

Класс S'

Последовательность $\{a_{m}\}$ относится к классу S', если $a_{n,m} \to 0, n \to \infty, m \to \infty$ и существует такая последовательность $\{A_{m}\}$, что $A_{n\,m} \Downarrow$ (квазимонотонная) и $\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} A_{n,m} < \infty, \quad |\Delta_{1}\, a_{m}| \leq A_{m}\ , \forall n, m$

Класс $S(\mathrm{d})$

Последовательность $\{a_{m}\}$ относится к классу $S(\mathrm{d})$, если существует такая последовательность $\{A_{m}\}$, что A_{m} квазимонотонная и $\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}(n+1)(m+1)\mathrm{d}_{m} < \infty$,

$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} A_{m} < \infty$ и, $|\Delta_{1}\, a_{m}| \leq A_{m}\ , \forall n, m$

$S \subset S' \subset S(\mathrm{d})$ - ??

Класс $S_{p}(\mathrm{d})$

Последовательность $\{a_{m}\}$ относится к классу $S_{p}(\mathrm{d})$ $p > 1$, если существует такая последовательность $\{A_{m}\}$, что A_{m} d - квазимонотонная и $\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} m\ \mathrm{d}_{m} < \infty$,

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} A_m < \infty \quad , \quad \frac{1}{n \cdot m}\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\frac{\left|\Delta_1 a_k\right|^p}{A_k^p} = O(1) \quad .$$

Утверждение 1: Если $\{a_m\} \in S_p(d)$ $1 < p \le 2$, то выполняется $\|S_m - f(x,y)\| = o(1)$.???

Класс S_{par}

$$S_{par} = \left\{ \begin{array}{l} a_m : a_m \to 0, n, m \to \infty, \quad a \ge 0, r \in (0,1,2,\dots[a]) \\ \dfrac{1}{n^{p(a-r)+1} \cdot m^{p(a-r)+1}} \sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\dfrac{\left|\Delta_1 a_k\right|^p}{A_k^p} = O(1) \;\; p > 1, A_m \in M_a \end{array} \right\}$$

При $r = a = 0, \quad S_{par} = S_p$.

Класс S'_{par}

$$S'_{par} = \left\{ \begin{array}{l} a_m : a_m \to 0, n, m \to \infty, \quad a \ge 0, r \in (0,1,2,\dots[a]) \\ \dfrac{1}{n^{p(a-r)+1} \cdot m^{p(a-r)+1}} \sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\dfrac{\left|\Delta_1 a_k\right|^p}{A_k^p} = O(1) \;\; p > 1, A_m \in M'_a \end{array} \right\}$$

Класс M_a .

$$M_a = \left\{ A_m : A_m \downarrow 0, \quad \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} n^a \cdot m^a \cdot A_m < \infty, (a \ge 0) \right\}$$

Класс M'_a

$$M'_a = \left\{ A_m : A_m \Downarrow 0, \quad \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} n^a \cdot m^a \cdot A_m < \infty, (a \ge 0) \right\}$$

$r = a = 0, \quad S_{par} = S_p$

Утверждение: Для всех $p > 1$ классы S_p и $S_p(d)$ тождественны.

Доказательство: пусть $\{a_{nm}\} \in S_p(d)$. Рассмотрим последовательность

$$B_{nm} = A_{nm} + \sum_{k=n}^{\infty}\sum_{j=m}^{\infty} d_{kj}$$

$$\Delta B_{nm} \geq 0, \quad B_{nm} \downarrow 0, n, m \to \infty, \quad \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} B_{nm} < \infty$$

Так как $B_{nm} > A_{nm}$ для $\forall n, m$:

$$\frac{1}{n \cdot m}\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\frac{\left|\Delta_1 a_{kj}\right|^p}{B_{kj}^p} < \frac{1}{n \cdot m}\sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\frac{\left|\Delta_1 a_{kj}\right|^p}{A_{kj}^p} = O(1)$$

, то есть $\{a_{nm}\} \in S_p$.